

Experimentelle Bestimmung der Öffnungsfehlerkonstante von Elektronenkanonen

Rolf Lauer

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt, Braunschweig

(Z. Naturforsch. **28 a**, 1937—1945 [1973]; eingegangen am 10. August 1973)

Experimental Determination of the Spherical Aberration Constant of Electron Guns

Due to the spherical aberration of electron guns, rays with large inclinations will not pass through the cross-over (the image of the entrance pupil). In order to calculate the constant of spherical aberration, it is necessary to know the transverse aberration as a function of the ray inclination at the cathode. Because measurements near the cathode are not possible, the size of the entrance pupil has been determined by theoretical considerations. The additional knowledge of cross-over size and inclinations of the emerging rays is then sufficient for obtaining the ray data at the cathode. The cross-over has been determined indirectly, ray inclination and transverse aberration in the cross-over plane have been measured by means of a shadow method.

1. Einleitung

Mit Hilfe des von Hanszen angegebenen Schattenverfahrens¹ ist es auf einfache Weise möglich, die geometrischen Strahlendaten von Elektronenkanonen experimentell zu bestimmen. Systematische Untersuchungen dieser Art führten zu einem Modell des paraxialen Strahlenganges² in Abhängigkeit von den Betriebsdaten der Elektronenkanone und darüber hinaus zum Verständnis des Kaustikverlaufs im außeraxialen Gebiet³. Auch die energetischen Strahlendaten, insbesondere die Systematik des Richtstrahlwertes und der Energieverteilung in Abhängigkeit von der Wehneltspannung konnten anhand der mit dem Schattenverfahren gewonnenen geometrischen Daten einleuchtend interpretiert werden^{4, 5}.

Es ist das Ziel dieser Arbeit, den Übergang vom paraxialen zum außeraxialen Strahlbereich durch Fehlerkoeffizienten dritter Ordnung zu charakterisieren und ein experimentelles Verfahren zur Messung dieser Koeffizienten anzugeben. Hierzu ist es notwendig, die geometrischen Daten der austretenden Strahlenbündel in Abhängigkeit von deren Einfallswerten, d. h. von Emissionsort und -Richtung an der Kathodenoberfläche zu bestimmen. Diese Parameter sind allerdings wegen des elektrischen Feldes in Kathodennähe einer direkten experimentellen Messung nicht zugänglich. In den folgenden Kapiteln soll aber gezeigt werden, daß die kathoden-seitigen Strahlendaten auf indirektem Wege durch Kombination des Schattenverfahrens, des Richtstrahlwert-Meßverfahrens und einfacher theoretischer Ansätze ermittelt werden können.

Sonderdruckanforderungen an Dr. R. Lauer, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, D-3300 Braunschweig, Bundesallee 100, Abt. 6.21.

2. Der Strahlengang in Elektronenkanonen

Nachfolgende Überlegungen basieren auf dem in l.c.² entwickelten Modell für den Strahlengang in Elektronenkanonen. Wir betrachten ein axialsymmetrisches System, bestehend aus Kathode, Wehneltblende und Anodenblende. Die Kathode habe in Annäherung an die bei Haarnadel- und Spitzenkathoden vorliegenden Verhältnisse Kugelform. Nach Abb. 1 a werden alle Elektronen, die von den Flächenelementen der Kathode in den Halbraum emittiert werden, durch das an der Kathode anliegende elektrische Feld beschleunigt und durch seine Linsenwirkung in Bildelemente der Kathodenoberfläche fokussiert. Die von *achsennahen* Kathodenelementen mit der wahrscheinlichsten Emissionsenergie kT ausgehenden Elementarbündel durchdringen einander in einem gemeinsamen Querschnitt mit dem Durchmesser $2\rho = f(kT)$. Dieser wirkt als Austrittspupille bei der Abbildung der Kathodenoberfläche auf die Ebene z_K' und wird gemeinhin als Brennfleck bezeichnet. Elementarbündel, welche von *achsenferneren* Kathodenelementen ausgehen, verfehlen den Brennfleck. Ihre Hauptstrahlen erleiden, bedingt durch die bei der Abbildung der Eintrittspupille in die Austrittspupille wirksamen Bildfehler, die vom Winkel α abhängigen Quer- und Längsaberrationen $\Delta x_P(\alpha)$ und $\Delta z_P(\alpha)$. Da nur Hauptstrahlen mit $\Delta x_P < \rho$ den Brennfleck treffen können, sind Strahlapertur Φ_0' und Stromdichte im Brennfleck begrenzt, vgl. Abb. 1 b. Wir stellen uns die Aufgabe, diese Begrenzungen durch Aberrationskoeffizienten dritter Ordnung zu kennzeichnen und diese Koeffizienten experimentell zu bestimmen.

Die Lage der Brennfleckebene z_P auf der optischen Achse, der Achsenabstand Δx_P und die Neigung α'



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

der Elektronenbahnen in der Brennfleckebene können mit Hilfe des Schattenverfahrens¹ experimentell bestimmt werden. Wir werden zunächst untersuchen, welche zusätzlichen Informationen benötigt werden, um hieraus die fraglichen Aberrationskoeffizienten berechnen zu können.

3. Die Fehlerkoeffizienten

Wir beschreiben die Längsaberration Δz_P der Hauptstrahlen als Funktion ihrer kathodenseitigen Neigung α . Wir verwenden hierzu den für kleine Winkel α zulässigen Ausdruck^{3,6}

$$\Delta z_P = -\Delta x_P(\alpha)/\alpha'(\alpha) = \text{def } c_b \alpha^2 / (1 - c_a \alpha^2) \quad (1)$$

$$(\tan \alpha' \approx \alpha').$$

Da wir es mit einer Immersionslinse zu tun haben, hängen die Koeffizienten c_a und c_b im Gegensatz zu den in l.c.⁶ definierten Koeffizienten c_a^0 und c_b^0 auch vom Immersionsfaktor $\sqrt{W_A/W_K}$ ab* (W_A = Energie der Elektronen im Anodenraum; $W_K = kT$ = wahrscheinlichste Emissionsenergie der Elektronen). Der Koeffizient c_b kann wie folgt auf die Öffnungsfehlerkonstante C_δ zurückgeführt werden:

$$C_\delta = \frac{\Delta x_P(\alpha)}{M_q' \alpha^3} = - \frac{c_b}{M_q'^2 \sqrt{W_A/W_K}}. \quad (2)$$

Hierin bedeutet M_q' der Abbildungsmaßstab der Eintrittspupille in den Brennfleck, den wir im folgenden zunächst als bekannt voraussetzen. Der Koeffizient c_a beschreibt die Abweichung vom Helmholtz-Lagrangischen Satz

$$\tan \alpha' = \tan \alpha / M_q' \sqrt{W_A/W_K} \quad (3)$$

in der Form

$$\alpha'(\alpha) = \left[\frac{\alpha}{M_q' \sqrt{W_A/W_K}} \right] (1 - c_a \alpha^2) \quad \text{mit} \quad \begin{matrix} \tan \alpha \approx \alpha, \\ \tan \alpha' \approx \alpha'. \end{matrix} \quad (4)$$

a) Der Koeffizient der Winkelaberration c_a .

Gleichung (4) sagt aus, daß der Winkel α' in Abhängigkeit von α ein Maximum durchläuft. Dieses Verhalten ist für den Strahlengang in Elektronenkanonen charakteristisch und führt zu den in ¹ ge-

* Die genauen Ausdrücke lauten:

$$c_b^0 = C_\delta M_q'^2 \sqrt{W_A/W_K}, \quad (2a)$$

$$c_a^0 = \left(\frac{F_r}{M_q'} + \frac{M_q' C_\delta}{f' \sqrt{W_A/W_K}} \right); \quad (4a)$$

F_r = Komakonstante, vgl. ⁶.

messen und in ³ interpretierten komplizierten Kaustikverläufen.

Unter der Voraussetzung, daß c_a bis zum Maximalwinkel α'_{\max} unabhängig von α ist, erhält man durch Differenzieren von (4) nach α für den α'_{\max} zugeordneten Einfallswinkel:

$$\alpha(\alpha' = \alpha'_{\max}) = 1/\sqrt{3} c_a. \quad (5)$$

Mit seiner Hilfe kann α aus (4) für den betrachteten Spezialfall eliminiert werden. Durch Auflösen nach c_a folgt dann

$$c_a = 4/27 (M_q' \sqrt{W_A/W_K} \alpha'_{\max})^2. \quad (6)$$

Hiermit ist der Koeffizient c_a auf meßbare Größen zurückgeführt.

b) Die Öffnungsfehlerkonstante C_δ .

Mit Hilfe des Maximalwinkels α'_{\max} und der zugehörigen Queraberration $\Delta x_P(\alpha'_{\max})$ kann auch die Öffnungsfehlerkonstante C_δ in (2) auf meßbare Größen zurückgeführt werden. Hierzu eliminieren wir mit Hilfe von (5) den Koeffizienten c_a aus (4). Das Ergebnis ist**:

$$\alpha(\alpha' = \alpha'_{\max}) = \frac{3}{2} \alpha'_{\max} M_q' \sqrt{W_A/W_K}. \quad (7)$$

Durch Einsetzen von (7) in (2) folgt dann als Bestimmungsgleichung für die Öffnungsfehlerkonstante:

$$C_\delta = \frac{\Delta x_P(\alpha' = \alpha'_{\max})}{M_q'^4 (\frac{3}{2} \sqrt{W_A/W_K} \alpha'_{\max})^3}. \quad (8)$$

Die Gln. (6) und (8) gelten nur dann, wenn die untersuchten Aberrationen insbesondere im Winkelbereich $0 < \alpha' \leq \alpha'_{\max}$ durch die Bildfehler dritter Ordnung hinlänglich erfaßt werden. Diese Voraussetzung ist automatisch erfüllt, wenn es gelingt, C_δ aus kleinen Winkeln $\alpha' \rightarrow 0$ und den zugehörigen kleinen Queraberrationen $\Delta x_P \sim \alpha'^3$ zu bestimmen. In diesem Fall ist in (4) der Korrekturterm $c_a \alpha^2$ zu vernachlässigen. Setzt man die so verkürzte Gl. (4) in (2) ein, erhält man:

$$C_\delta = \frac{\Delta x_P(\alpha' \rightarrow 0)}{M_q'^4 (\sqrt{W_A/W_K} \alpha')^3}. \quad (9a)$$

Die Queraberration $\Delta x_P(\alpha' = \alpha'_{\max})$ ist im Gegensatz zu $\Delta x_P(\alpha' \rightarrow 0)$ stets groß genug, um als Grundlage für die C_δ -Messung zu dienen.

** Zum ausgezeichneten Austrittswinkel α'_{\max} gehört also unter den genannten Voraussetzungen ein Einfallswinkel $\alpha(\alpha'_{\max})$, der 1,5mal größer ist als der Winkel α , welcher nach (3) bei fehlerloser Abbildung vorläge.

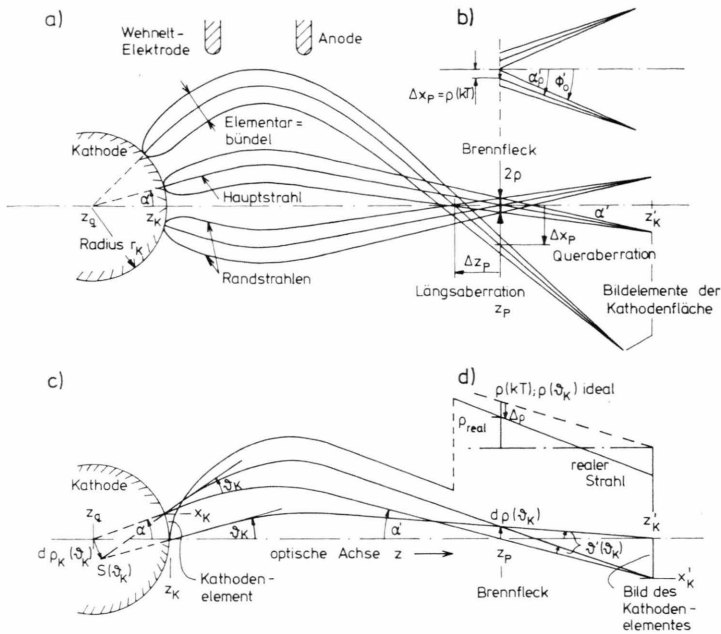


Abb. 1. Strahlengang in Elektronenkanonen. a) Schematischer Strahlengang in einer Elektronenkanone mit Kugelkathode. Elementarbündel, die von achsennahen Kathodenelementen emittiert werden, durchdringen sich gegenseitig im gleichen Element der (Austritts-)Pupille, dem sog. Brennfleck. b) Elementarbündel, deren Queraberration Δx_p gleich dem Brennfleckradius $\rho(kT)$ ist, bestimmen die maximale Strahlapertur im Brennfleck ($\Phi'_0 \approx \alpha'_0$). c) Konstruktion des Elements $d\varrho_K$ der virtuellen Eintrittspupille mit Hilfe der Strahlasymptoten an der Kathodenoberfläche. $d\varrho_K(\vartheta_K)$ wird in das Element $d\varrho(\vartheta_K)$ des Brennflecks, das Element $(x_K, x_K=0; z_K)$ der Kathodenoberfläche in das zugehörige Bildelement $(x'_K, x'_K=0; z'_K)$ abgebildet. d) Abhängigkeit des wirklichen Brennfleckradius ϱ_{real} von den Abbildungsfehlern, die im Bild der Kathodenoberfläche auftreten.

Die experimentelle Erfahrung hat gezeigt, daß (9a) zumindest dann auswertbar wird, wenn Δx_p die Größenordnung des Brennfleckradius $\varrho(kT) = M_q' r_K$ erreicht. (Diese fundamentale Beziehung wird im folgenden Kapitel abgeleitet; r_K ist der Krümmungsradius der Kathodenfläche.) Der zugehörige Winkel $\alpha'(\Delta x_p = \varrho(kT)) =_{\text{def}} \alpha'_0$ ist dann nach Abb. 1b näherungsweise gleich der Strahlapertur Φ'_0 im Brennfleckzentrum ($x_p = 0; z_p$)*. Setzt man $\Delta x_p = \varrho(kT)$ und α'_0 in (9a) ein, so folgt:

$$C_0 = r_K / (M_q' \sqrt{W_A/W_K} \alpha'_0)^3. \quad (9b)$$

Im Gegensatz zu (8) und (9a) reicht es zur Gewinnung der Öffnungsfehlerkonstante gemäß (9b) aus, nur eine Größe, nämlich den Winkel α'_0 , mit Hilfe des Schattenverfahrens zu vermessen.

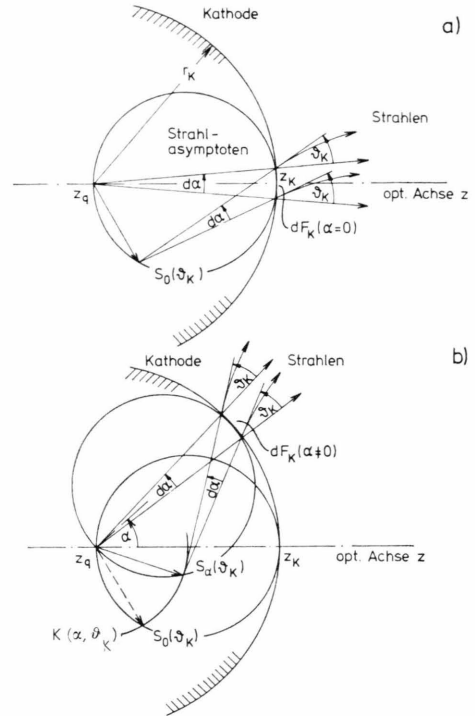


Abb. 2. Konstruktion der virtuellen Eintrittspupille. a) Axiales Kathodenelement mit $\alpha \rightarrow 0$, Emissionswinkel $0 \leq |\vartheta_K| \leq \pi/2$. Die Pupillenelemente $S_0(\vartheta_K)$ liegen auf dem Kreis durch den Kathodenmittelpunkt z_q , der die Kathodenoberfläche im Achsenpunkt z_K berührt. b) Außersaxiale Kathodenelemente mit variablen $\alpha \neq 0$; ϑ_K fest. Die Pupillenelemente $S(\alpha, \vartheta_K)$ liegen auf konzentrischen Kreisen $K(\alpha, \vartheta_K)$ um den Kathodenmittelpunkt z_q .

4. Die Abbildung der Eintrittspupille auf den Brennfleck

a) Die Eintrittspupille

In l.c.², dort Abb. 1 und 2, wurde die Eintrittspupille als engster gemeinsamer Querschnitt definiert, von dem die aus dem Zentralfeld um die Kathodenkugel austretenden Elementarbündel her-zukommen scheinen. Da das „Ende des Zentral-

* Durch Auflösen von (9b) nach $\alpha'_0 \approx \Phi'_0$ folgt:

$$\Phi'_0 \approx \sqrt[3]{\frac{r_K}{C_0 M_q' \sqrt{W_A/W_K}}} \quad (10)$$

Hiermit wird die bereits in ⁷ Gl. (19) gefundene Proportionalität zwischen Strahlapertur im Brennfleck Φ'_0 und $(r_K)^{1/3}$ bestätigt. (C_0 und M_q' erwiesen sich in Experimenten als praktisch unabhängig von r_K .)

feldes“ eine Abstraktion ist, haftet dieser Einführung eine gewisse Willkür an.

In den folgenden Überlegungen gehen wir daher anders vor: Wir wählen die physikalisch gut definierten Strahlasymptoten am Emissionsort als Konstruktionselemente für die Eintrittspupille. Letztere wird dann nach Abb. 1c durch alle Schnittpunkte $S(\vartheta_K)$ der unter gleichem Emissionswinkel ϑ_K von benachbarten Kathodenelementen ausgehenden Strahlasymptoten festgelegt. Die Asymptoten der Hauptstrahlen ($\vartheta_K=0$) schneiden sich in Übereinstimmung mit l.c.² im Kathodenmittelpunkt $(z_q; 0)$. Die Gesamtheit aller Asymptotenschnittpunkte $S_0(\vartheta_K)$ der Strahlen, die vom axialen Kathodenelement dF_K ($\alpha \rightarrow 0$) unter $0 \leq |\vartheta_K| \leq \pi/2$ ausgehen, liegt nach Abb. 2a auf einem Kreis mit dem Kathodenradius $r_K = z_K - z_q$ als Durchmesser. (Beweis: Wenn $dF_K \rightarrow 0$, liegen die Ränder von dF_K praktisch auf dem Kreis um $z_q + (z_K - z_q)/2$. Der eingezeichnete Winkel dz ist dann Peripheriewinkel dieses Kreises.) Entsprechende Kreise werden nach Abb. 2b von den Asymptotenschnittpunkten $S_\alpha(\vartheta_K)$ der Strahlen aufgespannt, die von außerhalb des Kathodenelementes dF_K ($\alpha \neq 0$) ausgehen.

Die Asymptotenschnittpunkte der Strahlen, die unter *gleichem* Emissionswinkel ϑ_K von allen möglichen Kathodenelementen $dF_K(\alpha)$ ausgehen, liegen daher auf Kreisen $K(\alpha, \vartheta_K)$ um den Kathodenmittelpunkt $(z_q; 0)$ mit dem Radius*

$$\overline{S(\vartheta_K)}, z_q = r_K \sin |\vartheta_K| = \text{dr } \varrho_K(\vartheta_K). \quad (11)$$

Hier ist α der Winkel, unter dem die Normale des betrachteten Flächenelementes die optische Achse schneidet. Andererseits hängt nach Abb. 1c der Achsenabstand ϱ der unter gleichen Winkeln ϑ_K aus Elementen mit *kleinem* α emittierten Strahlen in der Brennfleckebene z_P ebenfalls nur von ϑ_K ab. Die in $x_P = \varrho(kT)$ vereinigten Strahlen scheinen also von jenem Teil der Fläche $K(\alpha, \vartheta_K)$ herzukommen, der von den Winkeln $|\alpha| \rightarrow 0; |\vartheta_K| \rightarrow \pi/2$ aufgespannt wird. Kreisen $K(\alpha, \vartheta_K)$ mit unterschiedlichen Radien $\varrho_K(\vartheta_K)$ nach (11) sind daher unterschiedliche Pupillenkoordinaten $\varrho(\vartheta_K)$ im Brennpunkt zugeordnet. Diese Feststellung wird im nächsten Abschnitt von Interesse sein.

* Die durch alle Werte $0 < |\vartheta_K| \leq \pi/2$ und $0 \leq |\alpha| \leq \pi$ erzeugten Kreise $K(\alpha, \vartheta_K)$ füllen die Kathodenkugel aus; der geometrische Ort der Asymptotenschnittpunkte für $|\vartheta_K| \rightarrow \pi/2$ ist z. B. identisch mit der Kathodenoberfläche. Eine angenähert ebene Eintrittspupille liegt nur im Grenzfall $|\vartheta_K|, |\alpha| \ll \pi/2$ vor.

b) Der Abbildungsmaßstab M_q'

Wir gehen von Abb. 1c aus und definieren das Verhältnis

$$M_q' = \text{dr } d\varrho/d\varrho_K \quad (12)$$

der durch paraxiale Strahlen ($|\vartheta_K|; |\alpha| \rightarrow 0$) bestimmten Längenelemente $d\varrho$ und $d\varrho_K$ in Brennfleck und Eintrittspupille als Abbildungsmaßstab. Es muß im Auge behalten werden, daß unter den gegebenen Bedingungen beide Strecken senkrecht zur optischen Achse stehen. Um dieses Verhältnis auf meßbare Größen zurückzuführen, gehen wir analog zu Worster⁸ vor. Für paraxiale Hauptstrahlen mit $\alpha; \alpha' \ll \pi/2$ gilt der Helmholtz-Lagrangesche Satz (3). Wenn die Räume zwischen z_q und der Kathodenfläche sowie zwischen den Ebenen z_P und z_K' feldfrei sind, gilt

$$\tan \alpha \approx \frac{x_K}{z_K - z_q} = \frac{x_K}{r_K} \quad \text{und} \quad \tan \alpha' = \frac{x_K'}{z_K' - z_P}. \quad (13)$$

Das Verhältnis

$$M' = \text{dr } x_K'/x_K \quad (14)$$

ist der Abbildungsmaßstab der Kathodenoberfläche. Durch Einsetzen von (13) und (14) in (3) erhält man

$$M_q' = \frac{z_K' - z_P}{z_K - z_q} \frac{1}{M'} \sqrt{\frac{W_K}{W_A}}. \quad (15)$$

Mit dieser Gleichung ist M_q' auf geometrische Größen, die grundsätzlich mit Hilfe des Schattenverfahrens¹ vermessen werden können, zurückgeführt. Zur Bestimmung der Koordinate z_K' des Kathodenbildes und seines Abbildungsmaßstabes M' sind dazu allerdings Markierungen auf dem achsennahen Bereich der Kathodenkugel notwendig. Leider ist es sehr schwierig, die hier behandelten Kugelnkathoden mit Radien $r_K \leq 200 \mu\text{m}$ geeignet zu markieren. Wir versuchen daher anstelle von (15) eine andere Beziehung zu finden, die M_q' auf einfacher zu vermessende Größen zurückführt. Wir untersuchen hierzu die in (14) definierte Abbildung der Kathodenoberfläche in das zugehörige Kathodenbild. Von jedem Kathodenelement gehen Elektronen in alle Richtungen $0 \leq |\vartheta_K| \leq \pi/2$ aus. Das gesamte Bündel kann daher keinesfalls durch eine zu (3) analoge paraxiale Beziehung beschrieben werden. Eine bessere Näherung ist in diesem Falle die Sinusbedingung**

$$M' = \frac{\sin \vartheta_K}{\sin \vartheta_K'} \sqrt{\frac{W_K}{W_A}}. \quad (16)$$

** Die explizite oder implizite Verwendung dieser Forderung, welche die ideale Abbildung eines endlichen axialen Flächenelementes beinhaltet, ist der schwache Punkt fast jeder Richtstrahlwertuntersuchung.

Mit (16) in (15) erhält man dann

$$M_q' = \frac{z_K' - z_P}{z_K - z_q} \frac{\sin \vartheta_K'}{\sin \vartheta_K}. \quad (17)$$

Unter Voraussetzung von (16) sind $\sin \vartheta_K'(\vartheta_K)$ und $\sin \vartheta_K$ für alle ϑ_K zueinander proportional; daher ist M_q' , unabhängig von ϑ_K , gleich dem in (12) definierten Wert.

Strahlen, die mit $|\vartheta_K| = \pi/2$ vom achsennahen Kathodenbereich ausgehen, treffen den Brennfleckrand. Da der zugehörige Winkel $\vartheta_K'(\vartheta_K \rightarrow \pi/2)$ stets viel kleiner als $\pi/2$ ist, dürfen wir in (17) $\sin \vartheta_K' \approx \tan \vartheta_K'$ setzen. Beachtet man außerdem, daß im Nenner $\sin(\vartheta_K \rightarrow \pi/2) = 1$ und $z_K - z_q = r_K$ ist, und nach Abb. 1c $(z_K' - z_P) \tan \vartheta_K'(\vartheta_K \rightarrow \pi/2) = -\varrho(kT)$, so erhält man

$$M_q' = \frac{(z_K' - z_P) \tan \vartheta_K'(\vartheta_K \rightarrow \pi/2)}{r_K} = -\frac{\varrho(kT)}{r_K}. \quad (18)$$

Mit dieser Gleichung ist der Abbildungsmaßstab M_q' unter den genannten Voraussetzungen auf einfach vermeßbare Größen, den Brennfleckradius $\varrho(kT)$ und den Kathodenradius r_K zurückgeführt.

An dieser Stelle ist eine Kritik der Formel (18) angebracht. Wir betrachten Abb. 1d. Durch die stets vorhandenen Abbildungsfehler verfehlen schon die Randstrahlen des axialen Elementarbündels den berechneten Koordinatenwert $\varrho(kT)$ im Brennfleck (Verzeichnung in der Pupillenebene, vgl.⁶) Die Abweichung $\Delta\varrho(\vartheta_K)$ ist im allgemeinen negativ. Sofern ihr Betrag nicht so groß ist, daß der tatsächliche Strahl die Pupillenebene jenseits der Achse schneidet, ist ϱ_{real} stets kleiner als der berechnete Wert $\varrho(kT)$ des Brennfleckradius. Für den zu bestimmenden Abbildungsmaßstab $|M_q'|$ nach (18) hat das die Konsequenz: $|M_q'|_{\text{real}} \leq |M_q'|$.

5. Die experimentelle Bestimmung der Strahldaten

a) Der Brennfleckradius $\varrho(kT)$

Wir haben uns in den bisherigen Untersuchungen auf Elektronen beschränkt, die mit *einheitlicher* Emissionsenergie kT aus der Kathode austreten. Wenn man sich auf die Sinusbedingung (16) stützt,

d.h., wenn ein kleines axiales Kathodenelement durch Strahlen beliebiger Neigung $|\vartheta_K| \leq \pi/2$ fehlerfrei abgebildet wird, ist die Stromdichte $j(x_P)$ im Brennfleck homogen:

$$j(x_P) = (j_K/\pi) (W_A/kT) d\Omega_P \quad \text{für } x_P \leq \varrho(kT);$$

$$j(x_P) = 0 \quad \text{für } x_P > \varrho(kT),$$

vgl. l.c.⁴, dort Gleichung (15). Dasselbe gilt für die Strahlungsdichte

$$i(x_P) = j(x_P)/d\Omega_P^*.$$

Wir berücksichtigen jetzt, daß Glühelctronen gemäß der *Energieverteilung*

$$dj_K(W_K) = j_K(W_K/kT) \exp\{-(W_K/kT)\} d(W_K/kT),$$

mit der wahrscheinlichsten Energie kT emittiert werden. Es überlagern sich dann Brennfleckelemente mit unterschiedlicher Strahlungsdichte

$$di_P(W_K) = (dj_K/\pi) (W_A/W_K)/d\Omega_P$$

und unterschiedlichen Radien

$$\varrho(W_K) = \varrho(kT) \cdot (W_K/kT)^{1/2} \quad (\text{vgl. } 9).$$

Das tatsächliche Strahlungsdichteprofil $i_P(\varrho)$ im Brennfleck hat unter diesen Umständen die Form einer Gauß-Verteilung**:

$$i(\varrho) = (j_K W_A/\pi kT) \exp - \{ \varrho(W_K)/M_q' r_K \}^2$$

$$= i_{A0} \exp - \{ \varrho(W_K)/\varrho(kT) \}^2. \quad (19)$$

Hierin kann die axiale Strahlungsdichte

$$(j W_A/\pi kT) =_{\text{def}} i_{A0}$$

mit dem (axialen) Richtstrahlwert identifiziert werden. Der Exponentialfaktor beschreibt den radialen Abfall der Strahlungsdichte.

Der tatsächliche Brennfleck hat beim Koordinatenwert $x_P = \varrho = \varrho(kT)$ den $1/e$ -fachen Wert der Strahlungsdichte im Maximum. Wir nennen daher $\varrho(kT)$ die $1/e$ -Breite des Brennflecks. Die in Kap. 4b ausgesprochene Forderung, $\varrho(kT)$ experimentell zu bestimmen, läuft also darauf hinaus, die $1/e$ -Breite des Brennflecks zu vermessen. Das ist, wie im folgenden abgeleitet wird, ohne die von Krause¹⁰ be-

* In der Realität besitzt bereits das sich unmittelbar an die Kathodenoberfläche anschmiegende Zentralfeld einen Öffnungsfehler, der für sich allein betrachtet bereits zu einem Abfall der Strahlungsdichte am Pupillenrand führt, vgl. die an Gln. (1a), (2a) von l.c.² anschließende Diskussion. Die zu diesem Ergebnis führende Rechnung wurde im Anhang C von l.c.⁷ durchgeführt.

** Vgl. z. B. l.c.⁸, S. 891 unten, mit kT an Stelle von d für Glühemission.

schriebene explizite Ausmessung der $i(\varrho)$ -Verteilung, mit Hilfe von zwei Strommessungen möglich.

Wir untersuchen zunächst nach Abb. 3a den vom gesamten Brennfleck ausgehenden und durch die in großem Abstand $|s^*| + |p^*| = 350 \text{ mm}$ hinter dem Brennfleck angebrachte Blende 2 mit dem

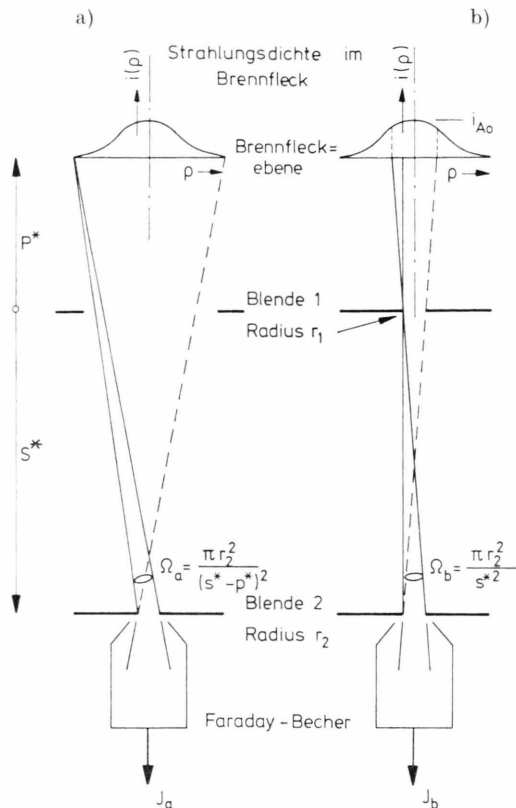


Abb. 3. Meßanordnung zur Bestimmung des Brennfleckradius $\varrho(kT)$. a) Ohne die erste Blende wird der gesamte, vom Brennfleck in die zweite Blende fließende Strom gemessen. b) Mit sehr kleiner erster Blende wird nur der vom Brennfleckzentrum ($\varrho \rightarrow 0$) mit dem Richtstrahlwert i_{A0} ausgehende Strom registriert (Zwei-Blendenverfahren zur Messung des Richtstrahlwertes).

Radius $r_2 = 50 \mu\text{m}$ fließenden Strom; ein charakteristischer Wert für den Brennfleckradius ist $\varrho(kT) \approx 20 \mu\text{m}$. Brennfleck und Blende begrenzen einen axialen „Stromfaden“. Wir können daher erwarten, daß jedes der durch die Strahlungsdichte (19) gekennzeichnete Brennfleckelemente, den durch die Blende aufgespannten Raumwinkel $\Omega_a = \pi r_2^2 / (s^* - p^*)^2$ homogen beaufschlagt; d.h., der hinter der Blende aufgefangene Strom I_a hat den Wert

$$I_a = \int_0^{\Omega_a} \int_0^\infty i(\varrho) 2\pi\varrho d\varrho d\Omega$$

$$= i_{A0} \Omega_a \int_0^\infty \exp[-\{\varrho/\varrho(kT)\}^2] 2\pi\varrho d\varrho \quad (20)$$

$$= i_{A0} \Omega_a \pi (\varrho(kT))^2.$$

Hierin bedeutet $2\pi\varrho d\varrho$ ein ringförmiges Flächenelement im Brennfleck. In diesem Ring herrscht die Strahlungsdichte $i(\varrho)$. Die rechte Seite von (20) stellt einen Strom vom Betrag I_a dar, welcher die „Ersatzfläche“ $\pi (\varrho(kT))^2$ (das ist die Fläche mit der $1/e$ -Breite als Durchmesser) mit homogener Strahlungsdichte i_{A0} durchsetzen würde. Nach $\varrho(kT)$ aufgelöst erhält man * aus (20)

$$\varrho(kT) = \sqrt{\frac{I_a}{\pi \Omega_a i_{A0}}} = \frac{s^* - p^*}{\pi r_2} \sqrt{\frac{I_a}{i_{A0}}}. \quad (21)$$

Dieser Radius kann experimentell bestimmt werden. Hierzu ist nach (21) die Messung des Stromes I_a , des Richtstrahlwertes i_{A0} und der geometrischen Größen s^* , p^* , $r_{1,2}$ erforderlich.

a) Die Strommessung ist im Zusammenhang mit Abb. 3a hinlänglich beschrieben.

b) Der Richtstrahlwert wird nach dem in Abb. 3b skizzierten Zwei-Blendenverfahren⁴ gemessen. Die gegenüber Abb. 3a zusätzlich benötigte Blende 1 muß so klein sein (charakteristische Radien $r_1 = 2,5 \cdots 5 \mu\text{m}$), daß nur Strahlen aus dem Brennfleckzentrum zum Strom I_b hinter der zweiten Blende beitragen. Nach bekannten Gleichungen ** ergibt sich dann als Richtstrahlwert

$$i_{A0} = I_b / \pi (r_2/s^*)^2 \pi r_1^2. \quad (22)$$

c) Die Längen s^* , r_1 und r_2 sind durch die Geometrie der Meßanordnung vorgegeben; die Strecke p^* ist zunächst noch unbekannt. Ihre Vermessung wird im nächsten Abschnitt beschrieben.

* Gleichung (21) geht in Gl. (28) aus l.c.⁴ über, wenn man sie durch $s^* - p^*$ dividiert. Der Bruch $\varrho(kT)/(s^* - p^*)$ ist dann gleich der Bestrahlungsapertur a , mit der die Ebene der Blende 2 ausgeleuchtet wird. In (28) aus⁴ wurde extrem „schlechte Ausleuchtung“ eines Zwei-Blendensystems vorausgesetzt (das erste Loch blendet keinen der vom Brennfleck in das zweite Loch zielenden Strahlen aus). Diese Forderung ist in Abb. 3a automatisch erfüllt, da es hier keine „erste Blende“ gibt. In praxi verwendet man eine erste Blende mit hinreichend großer Bohrung, um eine Doppelüberdeckung der zweiten Blende durch weit außeralial verlaufende Strahlen zu vermeiden.

** Zum Beispiel Gl. (19) in l.c.⁴; darin ist lediglich I_{mess} durch I_b und L durch s^* zu ersetzen, die übrige Bezeichnung ist dieselbe wie hier.

6. Meßergebnisse

Die untersuchte Elektronenkanone hat angenähert dieselbe Geometrie wie die Kanonen von Elektronenmikroskopen, (z. B. Elmiskop I der Fa. Siemens), vgl. Abb. 5a. Um Astigmatismus durch die nicht axialsymmetrische Haarnadelkathode zu vermeiden, wurde mit einer Kugulkathode (Krümmungsradius $r_K = 170 \mu\text{m}$) gearbeitet. Diese wurde nach dem von Popovic¹¹ angegebenen Verfahren durch Elektronenbeschuß eines Wolframdrahtes hergestellt und, wie in Abb. 5 von l.c.⁴ dargestellt, an einen haarnadelförmigen Heizfaden angepunktet.

Die mit den genannten Wehnelt-Spannungen registrierten Schattenkurven sind in Abb. 5b wiedergegeben. Die aus ihnen und den in Kap. 5 beschrie-

benen Strom- und Richtstrahlwertmessungen ermittelten geometrischen Strahldaten sind in Spalte 1 bis 4 der Tab. 1 eingetragen. Der Brennfleck liegt mit negativen Werten von $(z_P - z_K)$ noch vor der Kathode. Sein Abstand von der Kathode, der Abbildungsmaßstab M_q' und damit auch der Brennfleckradius $\varrho(kT)$ wachsen mit der Wehnelt-Spannung $|U_W - U_K|$, d. h. mit zunehmender Linsenstärke der Elektronenkanone. Es liegt also eine virtuelle Abbildung Eintrittspupille-Brennfleck vor, vergleiche².

In Spalte 5 sind die nach (6) aus den Winkeln α'_{\max} ausgewerteten Koeffizienten c_a der Winkelaberration eingetragen. c_a nimmt mit $|U_W - U_K|$ zu. Die Öffnungsfehlerkonstante C_δ wurde nach den durch (9a), (9b) und (8) gegebenen Vorschriften aus

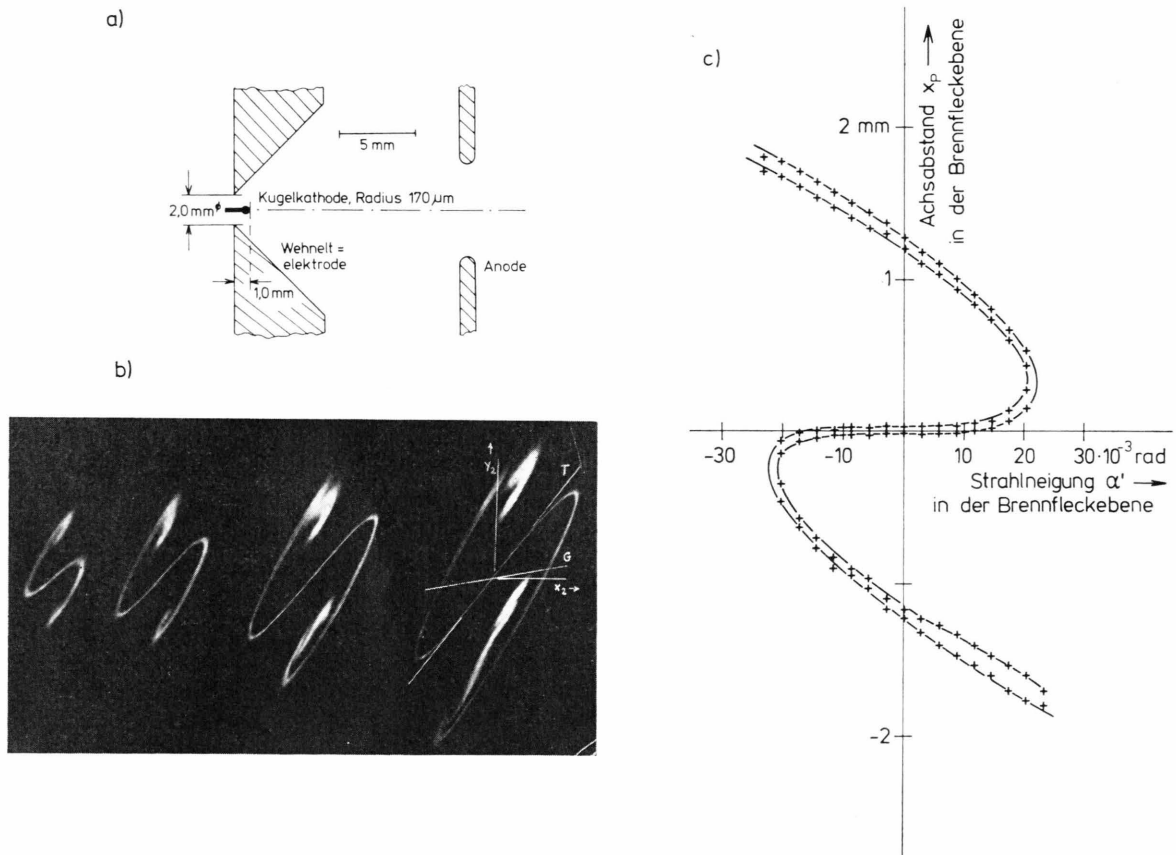


Abb. 5. Registrierte Strahlcharakteristiken. a) Abmessungen der untersuchten Elektronenkanone. b) Mit Hilfe der in Abb. 4 dargestellten Apparatur registrierte Schattenkurven. Betriebsparameter der Elektronenkanone: Anodenspannung $(U_A - U_K) = 10 \text{ kV}$; Wehnelt-Sperrspannung $(U_{W\text{sperr}} - U_K) = -150 \text{ V}$; Wehnelt-Spannungen $(U_W - U_K) = -80 \text{ V}$; -60 V ; -40 V ; -20 V . In das Strahlendiagramm für $(U_W - U_K) = -20 \text{ V}$ sind die in Abb. 4 angedeuteten Geraden G (der geometrische Ort achsenparalleler Strahlen) und die Wendetangente T eingetragen. c) Achsenabstand x_p der Strahlen in der Brennfleckebene als Funktion der Strahlneigung α' im Falle $(U_W - U_K) = -20 \text{ V}$. Konstruktion: Strahlen gleicher Neigung α' sind durch die Orte der Schattenkurve bestimmt, die auf Parallelen zur Geraden G liegen; die zugehörigen Achsenabstände x_p sind proportional zu den längs dieser Parallelen gemessenen Abständen von der Wendetangente T. Teilbild c) ist ein „Emit-tance-Diagramm“ des Strahlenbündels in der Brennfleckebene.

Tab. 1. Meßergebnisse, gewonnen an der in Abb. 5a dargestellten Elektronenkanone. In den Spalten sind von links nach rechts eingetragen:

1. Wehnelt-Spannung ($U_W - U_K$),
2. Abstand Brennfleck-Kathodenkugel ($z_P - z_K$),
3. Abbildungsmaßstab Eintrittspupille-Brennfleck M_q' ,
4. Brennfleckradius $\varrho(kT)$,
5. Fehlerkoeffizient c_a der Winkelaberration nach (6),
6. Öffnungsfehlerkonstante $C_\delta(\alpha' \rightarrow 0)$ nach (9a),
7. Öffnungsfehlerkonstante $C_\delta(\Delta x_P = \varrho)$ nach (9b),
8. Öffnungsfehlerkonstante $C_\delta(\alpha'_{\max})$ nach (8).

$U_W - U_K$	$z_P - z_K$	M_q'	$\varrho(kT)$	c_a	$C_\delta(\alpha' \rightarrow 0)$	$C_\delta(\Delta x_P = \varrho)$	$C_\delta(\alpha'_{\max})$
-20 V	-24,5 mm	+0,129	21,9 μm	0,47	4,8 mm	6,3 mm	3,9 mm
-40 V	-32,1 mm	+0,158	27,0 μm	0,63	3,5 mm	5,1 mm	4,5 mm
-60 V	-37,2 mm	+0,211	35,8 μm	0,98	8,6 mm	5,4 mm	4,9 mm
-80 V	-71,8 mm	+0,399	68,0 μm	1,76	4,5 mm	4,8 mm	3,5 mm

den Schattenkurven von Abb. 5b bestimmt. Die aus (9a) mit Hilfe der Daten achsennaher Strahlen ermittelten Werte von Spalte 6 zeigen wegen der relativen Meßunsicherheit der sehr kleinen Queraberrationen, vgl. hierzu Abb. 5c, die größte Streuung. Genauer sind die nach (9b) und (8) berechneten C_δ -Werte in Spalte 7 und 8. Sie führen zu dem überraschenden Ergebnis, daß die Öffnungsfehlerkonstante der untersuchten Elektronenkanone im betrachteten Arbeitsbereich im Rahmen der Meßunsicherheit unabhängig von der Wehnelt-Spannung ist; ihr Zahlenwert beträgt $C_\delta = 5,0 \pm 1,3$ mm. Auch die bei jeder einzelnen Wehnelt-Spannung aus Queraberrationen Δx_P und Austrittswinkeln unterschiedlicher Größenordnung errechneten C_δ -Werte der Spalten 6 bis 8 stimmen in Anbetracht der Meßunsicherheit befriedigend überein. Das heißt, die gefundenen Queraberrationen $\Delta x_P(\alpha)$ sind bis herauf zum Winkel $\alpha(\alpha'_{\max})$ noch überwiegend durch den in (2) definierten Öffnungsfehlerkoeffizienten dritter Ordnung C_δ bestimmt.

7. Diskussion

Die vorstehenden Untersuchungen haben gezeigt, daß es möglich ist, Fehlerkoeffizienten dritter Ordnung von Elektronenkanonen experimentell zu bestimmen. Wie sich allerdings im Laufe der Experimente herausstellte, ist der Strahlverlauf in Elektronenkanonen nur in recht seltenen Fällen vorwiegend durch Aberrationskoeffizienten dritter Ordnung gekennzeichnet.

An dieser Tatsache scheiterten Versuche, die von Worster¹² auf dem Wege digitaler Strahldurchrechnungen bestimmten Fehlerkoeffizienten experimen-

tell zu bestätigen. Messungen an Systemen mit der von Worster angegebenen Geometrie ergaben ähnliche Werte für Achsenabstand Δx_P und Strahlneigung α' wie die Rechnungen. Eine Abhängigkeit dritter Ordnung zwischen Queraberration und Strahlneigung wurde jedoch bei diesen Messungen nicht gefunden und kann auch nicht aus den in l.c.¹², Abb. 10 und 11 dargestellten Diagrammen abgelesen werden. Meßbare Beträge der Queraberration sind hier stets von höherer als dritter Ordnung in α' . (Nähere Einzelheiten werden in einer späteren Arbeit mitgeteilt.)

Anhand weiterer Untersuchungen mit dem Schattenverfahren¹ stellte sich heraus, daß Aberrationen dritter Ordnung nur dann nicht von Aberrationen höherer Ordnung überdeckt werden, wenn das Wehnelt-Potential weitaus positiver als das Wehnelt-Sperrpotential ist und *gleichzeitig* die Wehnelt-elektrode entweder eine sehr weite Bohrung besitzt, oder die Kathode, wie in Abb. 5a, durch eine enge Wehnelt-Bohrung hindurch annähernd frei in das Beschleunigungsfeld hereinragt. Bei Verwendung von Glühkathoden werden derartige Betriebsbedingungen selten angewendet, da hierbei zu hohe Gesamtströme fließen. Diese Betriebsbedingungen sind jedoch notwendig, wenn man durch hohe Feldstärken Feldemissionen oder Temperatur-Feldemission aus Spitzenkathoden erzwingen will. In diesem Fall sind Strahlaberrationen von vorwiegend dritter Ordnung zu erwarten und die experimentelle Bestimmung der Fehlerkoeffizienten mit Hilfe des hier beschriebenen Verfahrens prinzipiell möglich.

Herrn Prof. Hanszen danke ich für zahlreiche klärende Diskussionen.

¹ K.-J. Hanszen, Z. Naturforsch. **19** a, 896 [1964].

² R. Lauer, Z. Naturforsch. **23** a, 100 [1968].

³ K.-J. Hanszen u. R. Lauer, Z. Naturforsch. **24** a, 97 [1969].

⁴ K.-J. Hanszen u. R. Lauer, Z. Naturforsch. **22** a, 238 [1967].

⁵ K.-J. Hanszen u. R. Lauer, Z. Naturforsch. **24** a, 214 [1969].

⁶ K.-J. Hanszen, G. Ade u. R. Lauer, Optik **35**, 567 [1972].

⁷ R. Lauer, Dissertation, Mainz 1968.

⁸ J. Worster, Brit. J. Appl. Phys. (J. Phys. D) **2**, 889 [1969].

⁹ Vgl. z. B.: E.-A. Soa, Exp. Techn. Phys. **13**, 993 [1965], hier Abbildung 4a.

¹⁰ S. Krause, Diplomarbeit, FU Berlin 1962.

¹¹ Z. Popovic, J. Sci. Instrum. **42**, 161 [1965].

¹² J. Worster, Int. J. Electronics **28**, 117 [1970].